

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ

“ PETRU MOROȘAN-TRIDENT ”

Ediția a XIV-a, Brăila, 7.12.2019

*Clasa a X a*

1. Se consideră numerele complexe  $z_n \in \mathbb{C}, n \in \{1, 2, \dots, 2020\}$  cu proprietatea  $z_n = z_{n-1} \cdot z_n + 1$ , oricare ar fi  $n = \overline{2, 2020}$ . Arătați că produsul  $\prod_{k=1}^{2019} z_k$  este real și calculați suma  $\sum_{i=2}^{2020} \frac{1}{|z_{i-1}z_i| + |z_{i-1}| + 1}$ .

*Prof. Roxandra Murea, Brăila*

2. Fie  $a, b, c \in \mathbb{R}$  cu proprietatea că  $5a + 7b + 5c = 99$  astfel încât  $|7a - 5b| \leq 5, |5b - 7c| \leq 7$  și  $|c - a| \leq 1$ . Arătați că  $99 \leq a^2 + b^2 + c^2 \leq 100$ .

*Prof. Carmen și Viorel Botea, Brăila*

3. Se consideră triunghiul  $ABC$  cu laturile  $AB, AC, BC$  de lungimi  $c, b, a$  diferite, care verifică relația  $\lg^3 a + \lg^3 b + \lg^3 c = 3 \cdot \lg a \cdot \lg b \cdot \lg c$ . Arătați că  $S_{ABC} \leq \min \left\{ \frac{1}{2a}, \frac{1}{2b}, \frac{1}{2c} \right\}$ .

*Prof. Roxandra Murea, Brăila*

**Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 2 ore.**